

٤٤٥٢٤٠٠٥

# تقييم نظام قياس كثافة الأعداد البشرية على جسر الجمرات ( (حج عام 1425هـ - )) )

إعداد

د. إبراهيم البديوي & د. محمود كامل & د. عبد الفتاح مشاط & د. حسين البرهمتوشي

قسم علوم الحاسبات

كلية العلوم

جامعة الملك عبد العزيز

مقدم إلى معهد خادم الحرمين الشريفين

جامعة أم القرى

ذو القعدة 1426هـ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

قال تعالى

(( وَأُذِّنُ فِي النَّاسِ بِالْحَجِّ يَأْتُوكَ رِجَالًا وَعَلَى  
كُلِّ ضَامِرٍ يَأْتِينَ مِنْ كُلِّ فَجٍّ عَمِيقٍ ))

سورة الحج 27

# الفهرس

رقم الصفحة

|    |   |    |
|----|---|----|
| 1. | مقدمة.....  | 5  |
| 2. | مكونات نظام قياس كثافة الأعداد البشرية.....           | 5  |
| 3. | مصادر المعلومات.....                                  | 6  |
| 4. | التوصيات.....   | 6  |
| 5. | الجسر الجديد وضرورة عمل نظام المحاكاة.....            | 7  |
| 6. | النظام المقترح.....                                   | 9  |
| 7. | نظام المحاكاة للنظام المقترح باستخدام لغة MatLab..... | 18 |
| 8. | المراجع.....  | 19 |



## 1) مقدمة

إن مشكلة زحام الحجيج من المشاكل الهامة والتي تزداد صعوبة مع عدم التزام الحجيج بالإرشادات المكتوبة والمسموعة والمرئية وبما يعتقد البعوض من شرف الموت في الأراضي المقدسة وما ينشأ من أخطاء الحجيج نظراً لاختلاف اللغات والثقافات. وتعتبر مشكلة زحام الحجيج في منطقة الجمرات من أكبر المشاكل التي يعاني منها الحجيج إلا لمن تكن أخطرها على الإطلاق مما يتوجب عليه تسخير كل الإمكانيات المادية والعلمية لإيجاد حلول لهذه المشكلة. وعليه يعتبر نظام قياس كثافة الأعداد البشرية على جسر الجمرات والذي تم استخدامه لأول مرة في حج عام 1425هـ أحد الحلول لهذه المشكلة.

ويتكون النظام من جهاز خادِم رئيسي وعدة أجهزة مساندة ويتم إدخال الصور للنظام لغرض المعالجة من خلال 24 كاميرا. وللوصول إلى النتائج المطلوبة يتطلب الأمر تقييم النظام من عدة جوانب تشمل العتاد والبرمجيات ومواقع الكاميرات ودراسة مدى الدقة في حساب الكثافة البشرية ومقارنتها بالعدد الفعلي للحجيج بالإضافة إلى دراسة مدى إمكانية ربط مخرجات النظام مع أنظمة أخرى كذلك تقديم مقترحات لتطوير النظام وهذه تمثل الأهداف الرئيسة لهذا المشروع.

## 2) مكونات نظام قياس كثافة الأعداد البشرية

يتكون نظام قياس كثافة الأعداد البشرية الموجود في غرفة العمليات على جسر الجمرات والذي تم استخدامه لأول مرة في حج عام 1425هـ من جهاز حاسب خادِم رئيسي بمواصفات متقدمة يخدم العديد من الأجهزة الحاسوبية والمساندة والكاميرات (منها 16 ثابتة و8 متحركة) وأجهزة العرض (عدد شاشات العرض الكبيرة خمسة / عدد شاشات العرض الصغيرة يزيد عن خمسين). ويقدم النظام الخدمات التالية:

- نقل الصور والمعلومات إلى الشاشات الكبيرة حول الجمرات وطريق المشاة كتوعية وإرشاد للحجاج.
- نقل الصور والمعلومات إلى الشاشات الصغيرة داخل مخيمات المطوفين كتوعية وإرشاد للحجاج.
- نقل صورة حية لمنطقة الجمرات وطرق المشاة من خلال الكاميرات الثابتة والمتحركة إلى غرفة العمليات.
- إمكانية تحديد الكثافة البشرية في الصور Crowd Density.
- إمكانية تحديد عدد الحجاج في كل صورة Flow Pers/min.
- إمكانية تشغيل مستويات التحذير عن حدوث التزاحم بين الحجاج وهي كما يلي :

25-50 % أخضر - 51-75 % برتقالي - 75 % < أحمر

### 3) مصادر المعلومات

تتمثل مصادر المعلومات لتنفيذ المشروع كما يلي :

أ) تواجد فريق العمل في غرفة العمليات الموجودة في جسر الجمرات بين الجمرة الكبرى والوسطى خلال فترة رمي الجمرات حسب الخطة الزمنية (تمكن د. إبراهيم البديوي من دخول غرفة العمليات يوم 1425/12/10 هـ من الساعة 6 صباحاً وحتى الساعة 10 صباحاً حسب خطة فريق العمل ، لم يتمكن د. محمود كامل من دخول غرفة العمليات في يوم 1425/12/11 هـ حسب خطة فريق العمل ، لم يتمكن د. عبد الفتاح مشاط من دخول غرفة العمليات في يوم 1425/12/12 هـ حسب خطة فريق العمل بسبب عدم السماح لهم من قبل قوات الطوارئ بحجة عدم وجود تصريح دخول).

ب) تواجد فريق العمل في منطقة الجمرات خلال أيام التشريق لمشاهدة الكثافة البشرية في عدة نقاط حول جسر الجمرات وداخل الجسر.

جـ) الاتصالات التي تمت بين فريق العمل والمستخدمين للنظام من قوات الطوارئ والدفاع المدني والمسؤولين من وزارة البلدية والقروية خلال فترة أيام التشريق كذلك الاتصالات الهاتفية التي تمت بعد فترة الحج. هـ) الرجوع إلى المصادر العلمية في مجال التحليل التصويري.

### 4) التوصيات

من خلال الاستخدام الأول لنظام قياس كثافة الأعداد البشرية خلال أيام رمي الجمرات في حج عام 1425 هـ أتضح العديد من الجوانب الإيجابية والسلبية للنظام. ويمكن اعتبار نظام اللوحات الكبيرة الموجودة في عدة مواقع في منى أنه حقق نجاح واضح في الجانب المتعلق بتوعية الحجاج. كذلك نظام اللوحات الصغيرة داخل مخيمات المطوفين قدم معلومات وافرة للحجاج مما يتطلب زيادة عددها وإضافة عنصر الصوت مع الصورة.

ويمكن اعتبار أهم التوصيات هي ضرورة دراسة زيادة شاشات العرض في غرفة العمليات وزيادة الكاميرات الثابتة والمتحركة وتحديد المواقع المثالية لها خاصة في الجمرة الوسطى والصغرى في الدور السفلي. كذلك عمل تعديلات على مواقع الكاميرات الثابتة في بداية جسر الجمرات وطريق المشاة.

ويمكن تحديد مدى نجاح استخدام نظام قياس كثافة الأعداد البشرية خلال أيام رمي الجمرات في حج عام 1425 هـ والملاحظات المطلوب تنفيذها لحج عام 1426 هـ من خلال الجدول التالي.

| رقم التسلسل | الخدمة المقدمة   | نسبة النجاح لسنة 1425هـ | ملاحظات لسنة 1426هـ   |
|-------------|--|-------------------------|---|
| 1           | نقل الصور والمعلومات إلى الشاشات الكبيرة حول الجمرات وطريق المشاة كتوعية وإرشاد للحجاج.        | 95%                     | مطلوب زيادة الشاشات   |
| 2           | نقل الصور والمعلومات إلى الشاشات الصغيرة داخل مخيمات المطوفين كتوعية وإرشاد للحجاج.            | 95%                     | مطلوب زيادة الشاشات ويكون هناك صوت مصاحب للصور                        |
| 3           | نقل صورة حية لمنطقة الجمرات وطرق المشاة من خلال الكاميرات الثابتة والمتحركة إلى غرفة العمليات. | 90%                     | مطلوب زيادة الكاميرات المتحركة والشاشات داخل غرفة العمليات            |
| 4           | إمكانية تحديد الكثافة البشرية في الصور Crowd Density.  | 50%                     | تحتاج إلى مراجعة الترجمة وعمل تطبيقات تتضمن اقتراش وحجاج يحملون أمتعة |
| 5           | إمكانية تحديد عدد الحجاج في كل صورة Flow. Pers/min   | 50%                     | تحتاج إلى مراجعة الترجمة وعمل تطبيقات تتضمن اقتراش وحجاج يحملون أمتعة |
| 6           | إمكانية تشغيل مستويات التحذير عن حدوث التزاحم بين الحجاج                                       | 25%                     | تحتاج إلى إعادة الترجمة بالتنسيق مع الجهات الأمنية                    |

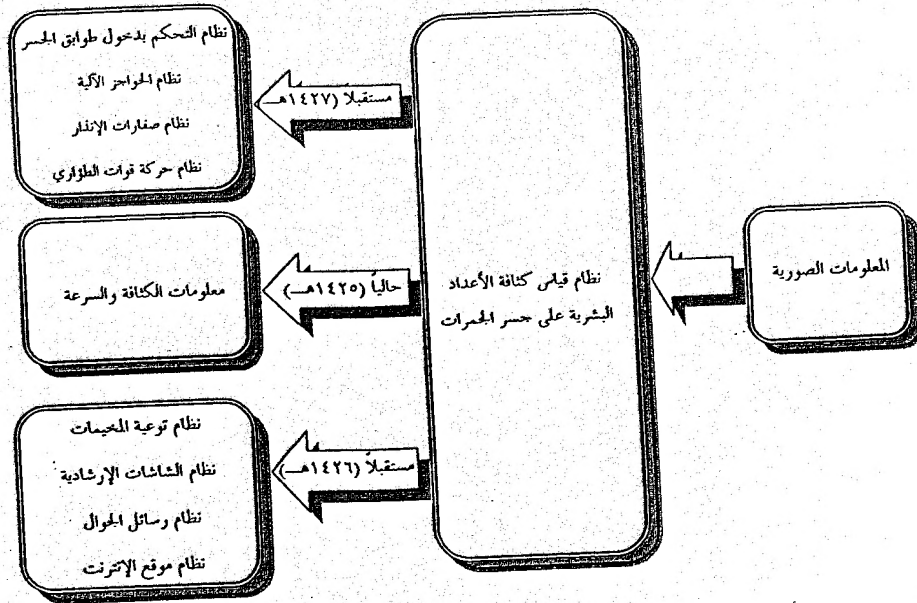
#### 5- الجسر الجديد وضرورة عمل نظام المحاكاة

يتكون الجسر الجديد للجمرات من خمسة طوابق ومداخل عديدة لكل طابق ومع كل هذا فهناك العديد من الحالات المشتركة بين الجسر القديم (الحالي) والجسر الجديد من حيث الوعي لدى الحجاج والزيادة المتوقعة للحجيج كل عام مما يطرح العديد من الأسئلة: هل سوف تتكرر حوادث جسر الجمرات في الفترة القادمة في طابق معين وهل زيادة عدد طوابق جسر الجمرات سيؤدي إلى اختفاء المشاكل نهائياً.

ومن هنا تأتي أهمية أنظمة المراقبة وتحديد كثافة الحجيج والتي تعتمد على الحاسب الآلي والتي تعطي إنذاراً مبكراً لبرج المراقبة بل وتحدد نظام التحكم المغلق مما يجعل تدفق سير الحجيج منتظماً دون إفراط أو تفريط. وذلك عن طريق نظام إدارة الزحام باستخدام شبكات الحاسوب وتحليل الصور والذي يعتمد على نظام محاكاة في الزمن الحقيقي لجسر الجمرات الجديد مبنياً على النموذج الرياضي المشار إليه في هذا المشروع والاستفادة من هذا النموذج لوضع تصور شامل لجميع المشكلات التي قد تحدث ووضع الحلول الشاملة لها وذلك بالطبع لتلافي حدوثها على أرض الواقع كما يمكن الاستفادة من هذا المحاكى في وضع خطط التفويج. ويتضمن المشروع تصميم نظام مراقبة وتحكم وإرشاد لسير الحجيج قبل الوصول إلى جسر الجمرات لأن الزحام لا يعتمد على عدد الحجيج في منطقة جسر الجمرات وحدها ولكنه يعتمد على المنطقة التي قبلها والمنطقة التي قبلها يعتمد الزحام فيها على المنطقة التي قبلها حيث إن منظومة عدد الحجيج مترابطة ترابطاً قوياً حتى نصل إلى مزدلفة حيث يبيت أكثر الحجيج. ومن هنا تأتي فكرة المشروع وهو تصميم منظومة حاسبات

مترابطة للمراقبة والتحكم والإرشاد في جميع المناطق التي تحيط بجسر الجمرات دون النظر إلى منطقة رمي الجمرات وحدها. وتقتصر هذه الدراسة تقسيم المناطق التي حول جسر الجمرات إلى عدة مناطق. ويتم التحكم والمراقبة والإرشاد في كل منطقة آخذة في الاعتبار الترابط القوي بين كل منطقة والمنطقة التي تليها حيث إن خرج عدد الحجيج من أي منطقة يعتبر دخلاً للمنطقة التي تليها. ويتم التحكم في معدل التدفق الداخل لأي منطقة عن طريق دائرة من الجنود يحدد قطرها عن طريق خوارزم ذكي يرسل قيمة القطر إلى غرفة العمليات المركزية والتي بدورها تحرك الجنود إلى الدائرة المناسبة والمحددة في الأرض فينتقل الجنود من دائرة ذات قطر أصغر إلى قطر أكبر يحدده الخوارزم الذكي وذلك في حالة تقليل معدل التدفق الداخل ويتم العكس إذا كانت المنطقة غير مزدحمة.

ويقوم المشروع بحساب العدد الفعلي للحجيج في كل منطقة وباعتبار إن نصف متر مربعاً مساحة ملائمة لتلافي الزحام والتدافع وبناء على مساحة المنطقة يتم حساب العدد المرغوب للحجيج في هذه المنطقة. ويقوم الحاسوب بحساب الفرق بين القيمة الفعلية لعدد الحجيج والقيمة المرغوبة ويمكن بالطبع حساب أيضاً معدل تغير هذا الفرق حيث يستخدم هذا المعدل في تحسين أداء دائرة التحكم المغلقة (أنظر الجزء القادم المتعلق بتفاصيل النظام المقترح والتطبيق لمحاكاة النظام المقترح باستخدام لغة MatLab). وتتمثل النظرة الحالية والمستقبلية للاستفادة من نظام قياس كثافة الأعداد البشرية على جسر الجمرات في الشكل رقم (1).



الشكل ١: النظرة الحالية والمستقبلية للاستفادة من نظام قياس كثافة الأعداد البشرية على جسر الجمرات.



## (6) النظام المقترح

## 1) مقدمة

لا تزال مشكلة الزحام والتدفق في الطرق المؤدية إلى جسر الجمرات وكذلك عند جسر الجمرات أثناء رمي الجمار من أهم المشاكل التي تؤدي إلى بعض الحوادث وإلى عدم استشعار الحاج بروحانية العبادة. وفي هذا المقترح نحاول تغطية النقاط التالية :

- التعرف على النموذج الرياضي الذي يحكم حركة المشاة في منطقة ما للتعرف على القيمة الحرجة لكثافة المشاة والتي بعدها يشعر المشاة بالزحام.
- التفويج والتحكم المفتوح والمشاكل التي تحدث عند عدم الالتزام به والتحكم المغلق للتغلب على مشكلة عدم التزام بعض الأفواج بجدول التفويج.
- ترابط مناطق المشاة بعضها ببعض بحيث إنه يستحيل التحكم في كثافة منطقة ما دون الأخذ في الاعتبار المنطقة إلى قبلها.
- إن المنطقة التي أمام جسر الجمرات منطقة متسعة يتراكم فيها الحجيج وعند بداية وقت رمي الجمرات تشكل هذه المنطقة مخزناً كبيراً لاستمرار تدفق الحجيج بمعدل أكبر بكثير جداً مما يحتمل الجسر العلوي والسفلي معاً.
- تصميم مبدئي لنظام مقترح للتحكم في تدفق الحجيج للوضع الحالي والوضع الجديد والذي يتضمن تغيير جسر الجمرات إلى خمسة أدوار متكررة مع الاعتبار لجميع النقاط السابقة ولا يعيقه ظاهرة الاقتراض

## 2) النموذج الرياضي الذي يحكم حركة المشاة

يمكن صياغة النموذج الرياضي لتدفق المشاة من خلال جانبين :

- كثافة الحجيج في منطقة ما  $\rho$  , مثلاً 3/متر مربع
  - سرعة تدفق الحجيج في اتجاهي  $(x, y)$  مثلاً 1.5 متر/ثانية
- بناء على القوانين الطبيعية التي تحكم حركة المشاة ومعادلة الاستمرارية فإن

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) = 0 \quad (1)$$

بناء على بعض الافتراضات يمكن الوصول إلى المعادلة التالية :

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho g(\rho) f^2(\rho) \frac{\partial q}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho g(\rho) f^2(\rho) \frac{\partial q}{\partial y} \right) = 0 \quad (2)$$

$$g(\rho)f(\rho) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial y}\right)^2}} \quad (3)$$

حيث  $q$  تمثل رغبة الحجيج في الانتقال من مكان إلى مكان آخر ، ومع اعتبار الكميات التالية :

$$f(\rho) = \begin{cases} A & \rho \leq \rho_{trans} \\ A \sqrt{\frac{\rho_{trans}}{\rho}} & \rho_{trans} < \rho \leq \rho_{crit} \\ A \sqrt{\frac{\rho_{trans}\rho_{crit}(\rho_{max} - \rho)}{\rho^2(\rho_{max} - \rho_{crit})}} & \rho_{crit} < \rho \leq \rho_{max} \end{cases} \quad (4)$$

$$g(\rho) = \begin{cases} 1 & \rho \leq \rho_{crit} \\ \frac{\rho(\rho_{max} - \rho_{crit})}{\rho_{crit}(\rho_{max} - \rho)} & \rho_{crit} < \rho \leq \rho_{max} \end{cases} \quad (5)$$

حيث

$$A = 1.4 \text{ ms}^{-1}, \rho_{trans} = 0.8 \text{ m}^{-2}$$

$$\rho_{crit} = 3 \text{ m}^{-2} \text{ and } \rho_{max} = 5 \text{ m}^{-2} \text{ Typically.}$$

تدفق المشاة هو

$$F = \rho f(\rho) \quad (6)$$

حل هذه المعادلة الرياضية يبين إن كثافة الحجيج تصل إلى أكثر من 4 حاجا لكل متر مربع عند الجمرات وبما إن الكثافة المخرجة هي 3 لكل متر مربع تبين لنا ضرورة اقتراح نظام للتحكم للمحافظة على كثافة مناطق الزحام عند فقط 2 لكل متر مربع.

### (3) التفويج والتحكم المفتوح

تعتبر جداول التفويج لتنظيم تدفق الحجيج في أوقات مختلفة للحد من مشكلة الزحام أحد الحلول الجيدة للوصول إلى كثافة ثابتة هي 2 متر مربع. ولكن هذا الحل يعتبر حلا ثابتاً وغير مرن يعني إنه يعتمد على مدى التزام أفواج الحجيج بجدول التفويج. ولفهم أعمق لفكرة التفويج وربطها بنظام التحكم المفتوح وبيان المشاكل التي تحدث عند عدم التزام بعض أفواج الحجيج لجدول التفويج نعطي فكرة بسيطة عن نظام التحكم المفتوح وكيف يحدث الزحام من خلال الشكل (1) والذي يبين منطقة ما (م) بها مساحة A مترا مربعا.



شكل (1) منطقة رمي الجمرات

لو فرضنا إن معدل تدفق المشاة الداخل إلى هذه المنطقة م هو  $Q_{in}$  (حاج كل ثانية) ويخرج منها  $Q_{out}$  (حاج كل ثانية) فإن عدد الحجيج داخل هذه المنطقة في الفترة الزمنية من 0 إلى  $t$  هو

$$n = \int_0^t (Q_{in} - Q_{out}) dt \quad (7)$$

حيث  $t$  هي الفترة التي يتواجد فيها الحجيج في الجمرة وهي فترة يتراوح متوسطها بين دقيقة وثلاثة دقائق معتمدة على نشاط الحاج وعمره ويعتمد أيضا على كثافة الحجيج أثناء الرمي وهذه الفترة لا يمكن التحكم فيها إلا بعد تقليل كثافة الحجيج أي إنها متغير تابع وليس مستقلا.



ويمكن حساب القيمة للعدد  $n$  كما يلي: بما إن  $A$  متر مربع حيث إن  $p$  الدرجة هي 3 لكل متر مربع وبالرجوع إلى خرائط جسر الجمرات يتبين لنا إن عرض الجسر حوالي 80م وحوالي 15م تشغل طول الحوض البيضاوي والمنطقة المتاحة للتحكم من رمى الجمرات داخل الحوض فيمكن حسابها كما يلي:

$$\text{مساحة م} = 80 * 15 = 1200 \text{ م مربع}$$

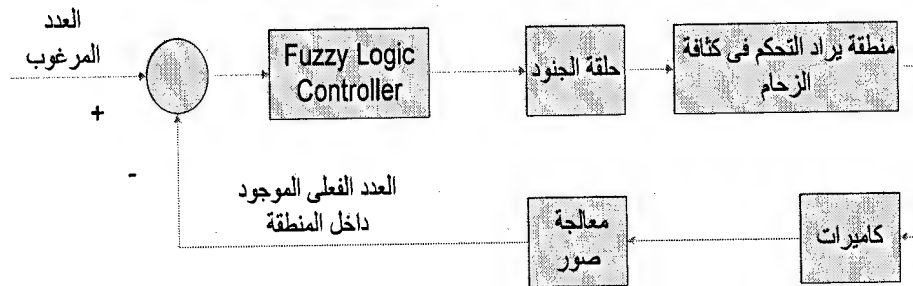
ففي وقت الذروة يمكن فرض  $Q_{in}$  تساوى 160 حاج كل ثانية وباعتبار إن  $Q_{out}$  لن تكون لها قيمة اكبر من الصفر إلا بعد مرور دقيقة عل الأقل فيمكن حساب  $n$  خلال فترة دقيقة كما يلي:

$$N = 160 \times 60 = 9600$$

والقيمة الدرجة لعدد الحجيج هي  $3 \times 1200 = 3600$  وهذا بالطبع بعد فرض إن المساحة م كلها متاحة لرؤية الجمرة وهذه بالطبع اكبر بكثير من المتاح ومع هذا الفرض يتضح إن كثافة المتر المربع في هذه الحالة قد يصل إلى 9 حاجاً وهذا بالطبع يؤدي إلى كارثة محققة. والمنفذ الوحيد التي يمكن إن تحد من هذه الكثافة هو  $Q_{in}$  وهذا الذي تحاول إن تعمله جداول التفويج وهي محاولة إعطاء أزمنة مختلفة للحد من تدفق الحجيج معاً. ولكن لا يمكن الاعتماد على جداول التفويج وحدها وذلك لأنه في حالة عدم الالتزام بها وهو غالباً ما يحدث وهذا الذي يدعو إلى إن تكامل فكرة التفويج باستخدام التحكم المغلق وليس التحكم المفتوح.

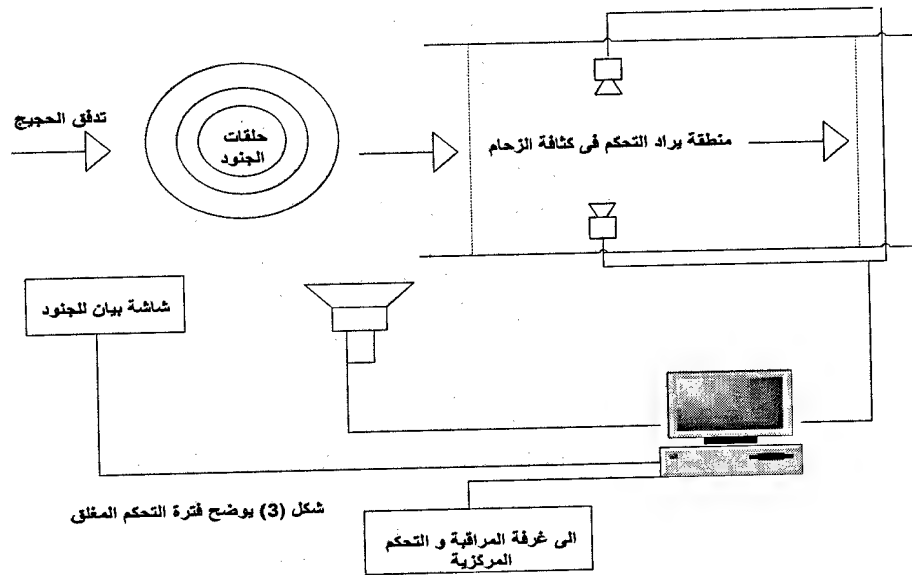
#### (4) التحكم المغلق للتغلب على عدم الالتزام بجداول التفويج

شكل (2) يبين فكرة التحكم المغلق للحفاظ على كثافة أي منطقة عند 2 حاج لكل متر مربع والتي تتمثل في وضع كاميرات كحساسات تستخدم في حساب عدد الحجيج داخل أي منطقة وتتصل الكاميرات بحاسوب مجهز باستلام وتحليل الصور وبناء على خوارزم ذكي يقوم بحساب عدد الحجيج داخل هذه المنطقة.



شكل (2) دائرة التحكم المغلق

والفرق بين العدد الفعلي للحجيج والعدد المرغوب يمر على خوارزم ذكي (Fuzzy Logic Control) لحساب الدائرة المطلوب انتقال الجنود إليها للحد أو السماح بمرور تدفق اقل أو أكثر حسب الحاجة. ويوضح شكل (3) كيفية قيام الحاسوب بحساب الدائرة التي يجب أن ينتقل إليها الجنود وإعطاء ذلك الأمر صوتياً وعن طريق شاشة بيان وفي نفس الوقت يتصل هذا الحاسوب بشبكة الحاسبات الأخرى لتكوين منظومة حاسبات المناطق المختلفة والتي تتصل بدورها بحاسبات غرفة المراقبة والتحكم المركزية.



وبالرجوع إلى شكل (3) يتضح لنا فكرة التحكم المغلق والتي تتلافى مشكلة عدم التزام بعض أفواج الحجيج بمداول التفويج كما إنها لا تتأثر بوجود الافتراض. ولبيان ذلك فإن كل منطقة لها كثافة محددة بناءً على مساحتها وبحساب إن عدد الحجيج المرغوب في هذه المنطقة حتى لا يتم الزحام هو 2 حاج لكل متر مربع فإنه سوف يتم المحافظة على القيمة المرغوبة (كما في شكل 2). وتبدأ الكاميرات بتصوير عدد الحجيج الفعلي الموجود في المنطقة (بما في ذلك المفترضين للطرق) وإرسال هذه الصور إلى الحاسوب الذي يقوم بحساب عدد الحجيج الفعلي الموجود داخل المنطقة وبحساب الخطأ (وهو الفرق بين العدد الفعلي والعدد المرغوب) وبناءً على الخوارزم الذكي يقوم بحساب الدائرة اللازمة لكي ينتقل الجنود إليها. وعندما ينتقل الجنود إلى الدائرة الجديدة فإن معدل تدفق الحجيج إما أن يقل أو يزيد بناءً على الخطأ المحسوب المراد جعله صفراً لكي تتساوى القيمة الفعلية لعدد الحجيج في المنطقة مع العدد المرغوب.

نلاحظ من ذلك إن دائرة التحكم المغلق تحافظ على تساوى العدد الفعلي مع العدد المرغوب بغض النظر عن ظاهرة الافتراض أو عدم التزام بعض أفواج الحجيج بمداول التفويج. ولكن هل التحكم في منطقة واحدة لا

يؤثر على المنطقة التي قبلها ؟ بالطبع لا فإن مناطق جسر الجمرات المتتالية مرتبطة ببعضها ترابطاً شديداً وهذا الجانب يحتاج إلى تفصيل لضمان الحصول على النتائج المرغوبة.

#### 5) ترابط مناطق المشاة بعضها البعض

إذا طبقنا نظام التحكم المغلق عند الجمرة الكبرى مثلاً واستطعنا إن نحدد التدفق إلى هذه الجمرة بحيث نتلافى الزحام بل نستطيع إن نقول إننا حافظنا على العدد المرغوب عند هذه الجمرة بحيث لا يزيد أو يقل عن 2 حاج لكل متر مربع. نقول إذا استطعنا ذلك فإن التدفق الزائد والذي منعه انتقال الجنود إلى الحلقة الأكبر نسبياً هذا التدفق الزائد سينقل الزحام إلى الجمرة الوسطى أو فنقل إن المنطقة التي بين الجمرة الكبرى سينتقل إليها الزحام مما يجب إن يطبق فيها أيضاً مبدأ التحكم المغلق والذي بدوره سينتقل الزحام إلى الجمرة الصغرى ومنها إلى مدخل الجسر والذي يستقبل عدة طرق رئيسية. أي إن هذه الطرق جميعها يتجه فيها الحجاج إلى جسر الجمرات لرمى الجمار الثلاث. وبالتالي يجب التحكم في درجة كثافتها جميعاً بطريقة منتظمة ومتتالية والحقيقة إننا عندنا ثلاثة حالات لتدفق الحجاج لرمى الجمرات وهي كما يلي :

#### الحالة الأولى :

وهو يوم الحج الأكبر وعندها يتدفق الحجاج من مزدلفة إلى الجمرة الكبرى مباشرة. ونظراً لعدم وجود توقف أو تأخير فإنه غالباً يكون معدل التدفق إلى الجمرة الكبرى عالياً وهذا بالطبع يشكل خطورة كبيرة. وتتمثل اسباب حدوث الزحام الحرج والذي يؤدي إلى الحوادث في هذا اليوم إلى ما يلي :

- من لم يترخص وبات في مزدلفة واستمر حتى طلوع الفجر في المشعر الحرام وبدأ سيره ليرمي الجمرات قبل الزوال تشكل كتلة بشرية كبيرة وتشكل أيضاً بسطاء الحجاج والذين يحرسون علي الإتيان بالسنة ولا يرغبون في تأخير الرمي لبعد الزوال.

- تتجه هذه الكتلة البشرية الكبيرة إلى العقبة الكبرى وفي الحقيقة إنها لا تواجه أية معوقات تحد من تدفقها فلا يوجد افتراض حيث إن مفترشي الطرق كانوا أيضاً في مزدلفة كما إنها في تدفقها إلى الجمرة الكبرى لا تواجه تأخيراً عند الجمرة الصغرى أو الوسطى يحد من تدفقها للوصول إلى الجمرة الكبرى. ونتيجة لكل هذا يكون معدل تدفقها إلى الجمرة الكبرى عالياً جداً مما يسبب كثافة زحام عالية في وقت بسيط أقل من الوقت المتاح لرمي السبع جمرات مما يجعل معدل دخول الجمرة الكبرى أكبر بكثير من معدل الخروج مما يؤدي إلى الزحام الحرج والحوادث.

- يرى برج المراقبة الأول لجسر الجمرات تدفقاً سهلاً لا زحام فيه عند مدخل الجسر بينما يبدأ الزحام عند الجمرة الكبرى ويزداد بسرعة نظراً لعدم وجود معوقات طبيعية من تأخير عند الجمرة الصغرى أو الوسطى.

- عدم وجود نظام تلقائي لا يعتمد علي الجانب البشري والذي مهما تمتع بخبرة عالية في إدارة الزحام يجعل أي تأخير في تقليل تدفق الحجيج عند مدخل الجسر يشكل خطراً كبيراً عند الجمرة الكبرى.

#### الحالة الثانية :

وهي أيام التشريق باستثناء يوم التعجل وهذا أقل الخطورة عن بقية أيام الرمي لأسباب عديدة من أهمها اتساع وقت الرمي والمكوث في منى خلال أيام التشريق.

#### الحالة الثالثة :

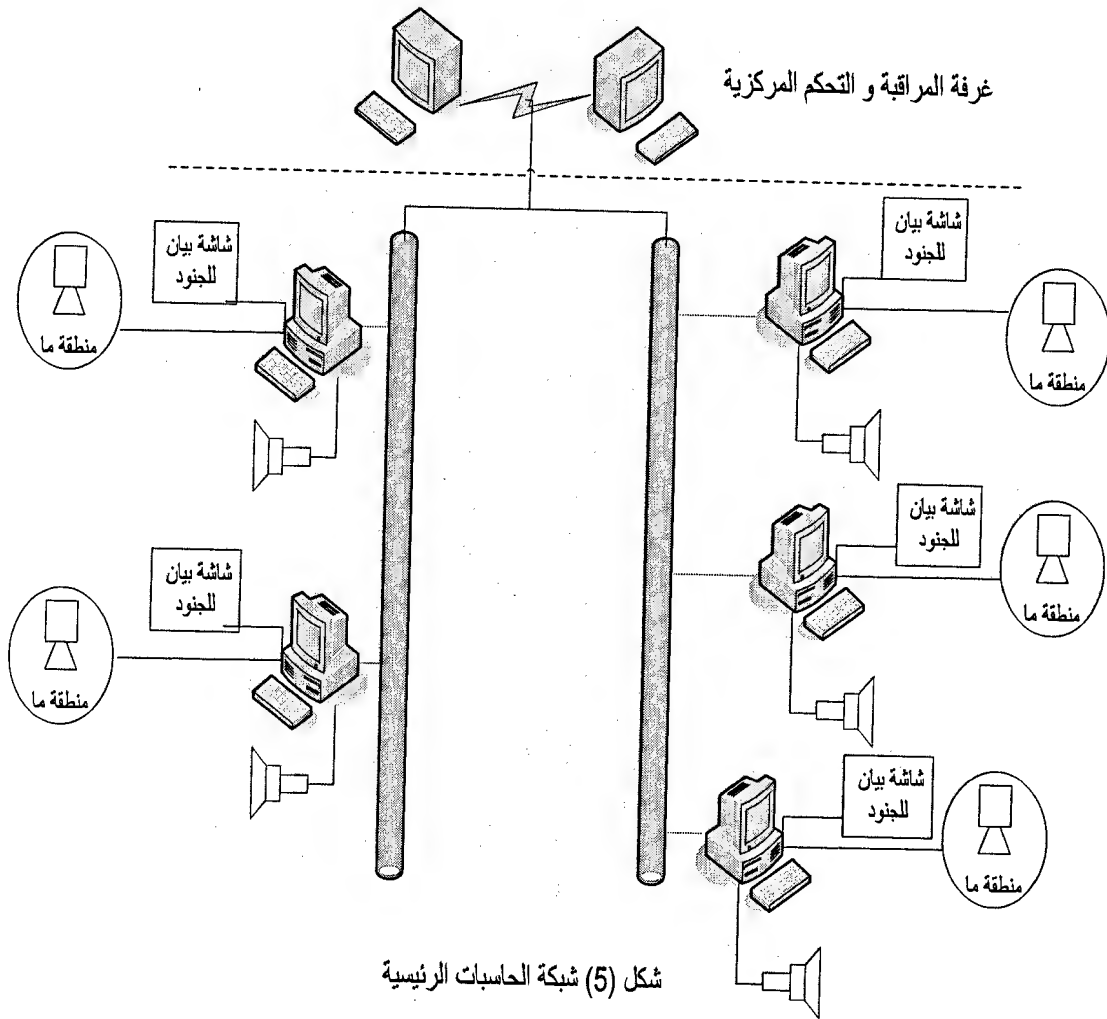
وهو يوم التعجل والذي يشكل أكبر أنواع الخطورة حيث يبدأ الحجيج في التدفق والانتظار عند المنطقة التي أمام الجسر ولا يبدأ الحجيج بالرمي إلى بعد آذان الظهر وقد تبدو المنطقة التي أمام الجسر غير مزدحمة ولكنها تشكل مخزناً أشبه بالقنبلة الموقوتة كما في الشكل (4) حيث تبدأ في الانفجار بعد صلاة الظهر مباشرة حيث يتجه هذا الكم الهائل إلى جسر الجمرات وهذا يوضح أهمية الترابط وعدم الانتظار حتى تمتلأ هذه المنطقة بالحجيج أي إن التحكم المقترح يبدأ في العمل من الصباح الباكر ، وتحسب المنطقة التي أمام جسر الجمرات على حساب إنما ستغذى الجسر فقط وبالتالي يجب إن تمتلأ بعدد أقل كثيراً مما تسعة هذه المنطقة ، وعليه تبدأ حلقات الجنود في المناطق المؤدية إلى هذه المنطقة في الحد من وصول الحجيج إلى هذه المنطقة (المنطقة التي أمام الجسر) وبالتالي بعد آذان الظهر لن تكون هذه المنطقة مملوءة إلا بعدد يسمح بسهولة التدفق وعدم حدوث أية أخطاء والخلاصة إن الانتظار من الساعة السادسة صباحاً يوم التعجيل حتى آذان الظهر يشكل خطراً كبيراً على حياة الحجيج حيث تمتلأ المنطقة التي أما الجسر والحل في تصورها إن تبدأ سلسلة التحكم المغلق المتناغم في المناطق المتتالية والمؤدية إلى جسر الجمرات من الصباح الباكر والتحكم في عدد الحجيج في هذه المنطقة بحيث لا يزيد من عدد محدد هو الذي يسمح بسهولة التدفق بعد آذان الظهر مباشرة وهذا التدفق المطلوب هو مجموع التدفقين للجسرين معاً. والمقترح لها اليوم هو تقسيم الطرق المؤدية إلى جسر الجمرات إلى عدة مناطق متسلسلة يتم التحكم في كل منطقة عن طريق التحكم الديناميكي المغلق ويحدث توافق تام بين كل منطقة والتي تليها حيث إن نظام التدفق هو نظام لا خطي مترابط ترابطاً قوياً فلا يصلح فيه إن نتحكم في التدفق فقط عند مدخل الجسر بل يجب إن يكون قبل ذلك بكثير ويجب أيضاً ألا يكون تحكماً ثابتاً حيث إن تختلف أفواج الحجيج وعدم قبول الحجيج لنظام التفويج ورغبتهم للتعجيل كل ذلك يؤدي إلى حدوث مشاكل ديناميكية في نظام التدفق والتي لا يمكن إن تكون خطة التفويج الثابتة والغير مرنة قادرة علي التعامل معها.

ولكن في يوم التعجيل لا يستطيع النظام المقترح توقعها إلا بإضافة خوارزم جديد يعتمد علي النموذج الرياضي المشار إليه وهذه المشكلة هي إنه يبدأ الحجيج في التسرب القليل الكثافة والتي لا يرصد عن طريق النظام

المقترح حيث إنه لا يشكل أي زحام في المناطق المتسلسلة ولكن هذا التدفق البسيط يتجه إلى جسر الجمرات وبدلاً من أن يرمي الجمار يمتد حتى بعد الزوال وهذه المشكلة في غاية الصعوبة حيث إن أجهزة الإنذار المبكر لا ترصد أية مشاكل في المناطق السابقة وبالتالي يجب إضافة خوارزم ذكي مبنياً على النموذج الرياضي لتدفق المشاة لحل هذه المشكلة.

#### (6) تصميم النظام المقترح

شكل (5) يوضح شبكة الحاسبات المقترحة والمرتبطة بعضها البعض والمرتبطة أيضاً بحاسبات غرفة المراقبة والتحكم المركزية. وبالرجوع إلى خريطة منى يمكن تحديد مداخل منطقة الجمرات وتكون هي المواقع المقترحة لأجهزه نظام المراقبة والتحكم والإرشاد الميدانية.



(7) نظام المحاكاة

للنظام المقترح باستخدام لغة

MatLab

# تصميم منظومة حاسبات للمراقبة والتحكم والإرشاد لتنظيم سير الحجيج

د. عبد الفتاح سليمان مشاط  
د. محمود إبراهيم كامل  
د. إبراهيم عبد المحسن البديوي  
د. حسنين محمد البرهمتوشي  
قسم علوم الحاسبات- كلية العلوم- جامعة الملك عبد العزيز

## ملخص

تعتبر مشكلة تدافع وزحام الحجيج من أكبر مشاكل أداء المناسك أيام الحج. وتتفاقم هذه المشكلة في منطقة رمي الجمرات وطواف الركن والوداع لمن أراد أن يتعجل. ولا يعتمد الزحام في منطقة رمي الجمرات علي عدد الحجيج في هذه المنطقة وحدها ولكنه يعتمد علي المنطقة التي قبلها، والمنطقة التي قبلها يعتمد الزحام فيها علي المنطقة التي قبلها حيث أن منظومة عدد الحجيج مترابطة ترابطا قويا حتي نصل إلي مزدلفة حيث يبيت أكثر الحجيج. وتقتصر هذه المقالة تصميم منظومة حاسبات مترابطة للمراقبة والتحكم والإرشاد في جميع مناطق أداء المناسك دون النظر إلي منطقتي رمي الجمرات ومنطقة الطواف وحدهما. وتقتصر أيضا في منظومة التحكم في المناطق المختلفة خوارزم التحكم المنطقي اللفظي وذلك لتعذر تحديد نموذج رياضي محدد لوصف النظام.

## ١- مقدمة

لعل من أول مبادئ المراقبة والتحكم في أي منظومة هو التعرف علي هذه المنظومة. وتتناوع المنظومات من خطية ولا خطية ومحددة وعشوائية وتعتمد علي المنظومة التي قبلها اعتمادا قويا أو ضعيفا أو لا تعتمد عليها أصلا، وهل يمكن وضع نموذج رياضي يوصف هذه المنظومة أم أنها غير معرفة تعريفا كاملا. ويمكن تحديد هذا النموذج بثلاث طرق. الأول يعتمد علي القوانين الطبيعية التي تحكم النظام. والثاني يستنتج النموذج بعد مراقبة الدخل والخرج للنظام. والثالث هو مزيج بين الأول والثاني. وتقتصر هذه المقالة تقسيم هذه مناطق أداء المناسك إلي عدة مناطق. ويتم التحكم والمراقبة والإرشاد في كل منطقة علي حدة أخذة في الاعتبار الترابط القوي بين كل منطقة والمنطقة التي تليها حيث أن خرج عدد الحجيج من أي منطقة يعتبر دخلا للمنطقة التي تليها. وبناءا علي ذلك تقسم أيضا منطقة رمي الجمرات إلي أربع مناطق. منطقة قبل العقبة الصغرى ومنطقة العقبة الصغرى ومنطقة العقبة الوسطى ومنطقة العقبة الكبرى. وتقسم بدورها المنطقة التي قبل العقبة الصغرى إلي عدة مناطق. يتم المراقبة والتحكم والإرشاد في هذه المناطق مجتمعة بواسطة شبكة حاسبات مترابطة حيث يقوم كل حاسوب تلقائيا علي حدة بالمراقبة والتحكم والإرشاد (عن طريق لوحة إرشاد) في منطقة ما ويرسل المعلومات المطلوبة إلي الحاسوب في المنطقة التي تليها ويتلقى المعلومات المطلوبة من المنطقة التي تسبقها. وترتبط هذه الحاسوبات بحاسوب المراقبة والإرشاد الإنساني والذي له الأولوية في غرفة العمليات. وتساعد هذه الشبكة أيضا في تحديد النموذج الرياضي المطلوب لتدفق سير الحجيج.

## ٢- تصميم شبكة الحاسبات المقترحة

بين شكل (١) خريطة منطقة أداء المناسك من مزدلفة حتى بداية العقبة الصغرى حيث يكون الرمي علوياً وسفلياً. ويبين أيضاً الشكل مقترح تقسيم المنطقة المشار إليها إلى عدة مناطق ويتحكم في عدد الحجيج في كل منطقة حاسوب خاص بها وهذا الحاسوب متصل بالحاسوب الذي قبله والحاسوب الذي بعده. والشبكة كلها متصلة بالحاسوب الموجود في غرفة العمليات. ويقوم كل حاسوب بحساب عدد الحجيج في كل منطقة وذلك بناء على قيمة الإشارة الداخلة له من عدة حساسات توضع في المنطقة المراد التحكم في عدد حجيجها. ويعتبر اختيار نوع الحساس أمر هام. ويمكن وضع أكثر من حساس للتأكد من صحة القراءة وكذلك لزيادة العول. وكما اقتراح أولي يمكن وضع نوع ملائم من حساسات الوزن عند دخول المنطقة ووضع مثله عند الخروج من المنطقة. وهذا بالطبع مع إهمال الاتجاه المعاكس حيث أنه في الغالب يكون قليلاً جداً. وبالطبع يمكن أيضاً حساب عدد الحجيج في الاتجاه المعاكس عن طريق إضافة زوج من حساسات الضغط عند الدخول ووضع مثله عند الخروج والسبب في وجود هذا الزوج أن قراءة الإشارة من الأول ثم الثاني تعطي اتجاه عكس الاتجاه في حالة قراءة الإشارة من الثاني ثم الأول ولكن الاتجاه المعاكس يكون في الغالب قليلاً لكنه يتزايد عند أسفل الكوبري في منطقة رمي الجمرة الكبرى حيث يرجع الحجيج بعد الرمي. ويمكن علاج ذلك إما بتحديد ممر آخر للرجوع كما هو الحال أعلى الكوبري أو حساب عدد الحجيج في الاتجاه المعاكس بوضع الزوج المقترح وإن كان الحل الأول آمناً. يقوم الحاسوب بعلاج إشارات الحساسات لحساب عدد الحجيج على اعتبار متوسط وزن الحاج بين ٦٠ كج و ٨٠ كج وبالطبع يمكن اختيار حساسات أخرى وكذلك يمكن وضع كاميرا وعمل معالجة الحاسوب للصور ومن ذلك يتم معرفة عدد الحجيج بداخل كل منطقة وكذلك الخارجة منها وعليه فيحسب عدد الحجيج الموجود فعلاً في المنطقة المراد التحكم في عدد حجيجها والشرح القادم من المقالة يوضح كيفية التحكم في عدد الحجيج في كل منطقة باستخدام خوارزم التحكم المنطقي اللفظي وذلك لعدم وجود نموذج محدد ولأن المنظومة غير معرفة تعريفاً كاملاً.

## ٣- التحكم المنطقي اللفظي في عدد حجيج كل منطقة

هذا التحكم هو من نوع التحكم المغلق، حيث يقوم الحاسوب بحساب العدد الفعلي للحجيج في المنطقة ( وذلك بناء على قيمة إشارات حساسات الوزن المقترحة أو غيرها ) وباعتبار أن نصف متر مربع مساحة ملائمة لتلافي الزحام والتدافع وبناء على مساحة المنطقة يتم حساب العدد المرغوب للحجيج في هذه المنطقة. ويقوم الحاسوب بحساب الفرق بين القيمة الفعلية لعدد الحجيج والقيمة المرغوبة ويمكن بالطبع حساب أيضاً معدل تغير هذا الفرق حيث يستخدم هذا المعدل في تحسين أداء دائرة التحكم المغلقة. يقوم خوارزم التحكم اللفظي بناءً على قيمة الخطأ وكذلك على قواعد ( إذا ... إفعال ) مثل إذا كان الخطأ كبيراً إجعل العدد داخل المنطقة قليلاً حيث تعطى هذه المعلومة عن طريق لوحات الإرشاد المتصلة مع كل حاسوب في المنطقة



ونظام التحكم المقترح هو تحويل خرج المتحكم المنطقي اللفظي إلى قرارين إثنين فقط هو السماح بالدخول إلى المنطقة أو التوقف عند المنطقة السابقة حتى يتم خروج الحجيج من هذه المنطقة ويمكن بالطبع جعل القرار على هيئة صوت بجميع اللغات لتعذر القراءة و الكتابة عند بعض الحجيج أي أن القرار يمكن أن يكون على هيئة ( يمكنكم الآن التوجه على الأمام ) أو ( يلزم عليكم التوقف في المنطقة التي أنتم فيها ) وبالطبع حتى لا يتم تدافع من المنطقة التي قبلها فيقوم الحاسوب في المنطقة التي قبلها بمنع هذا التدافع عن طريق توقف سير الحجيج في هذه المنطقة وهكذا دواليك حتى آخر منطقة.

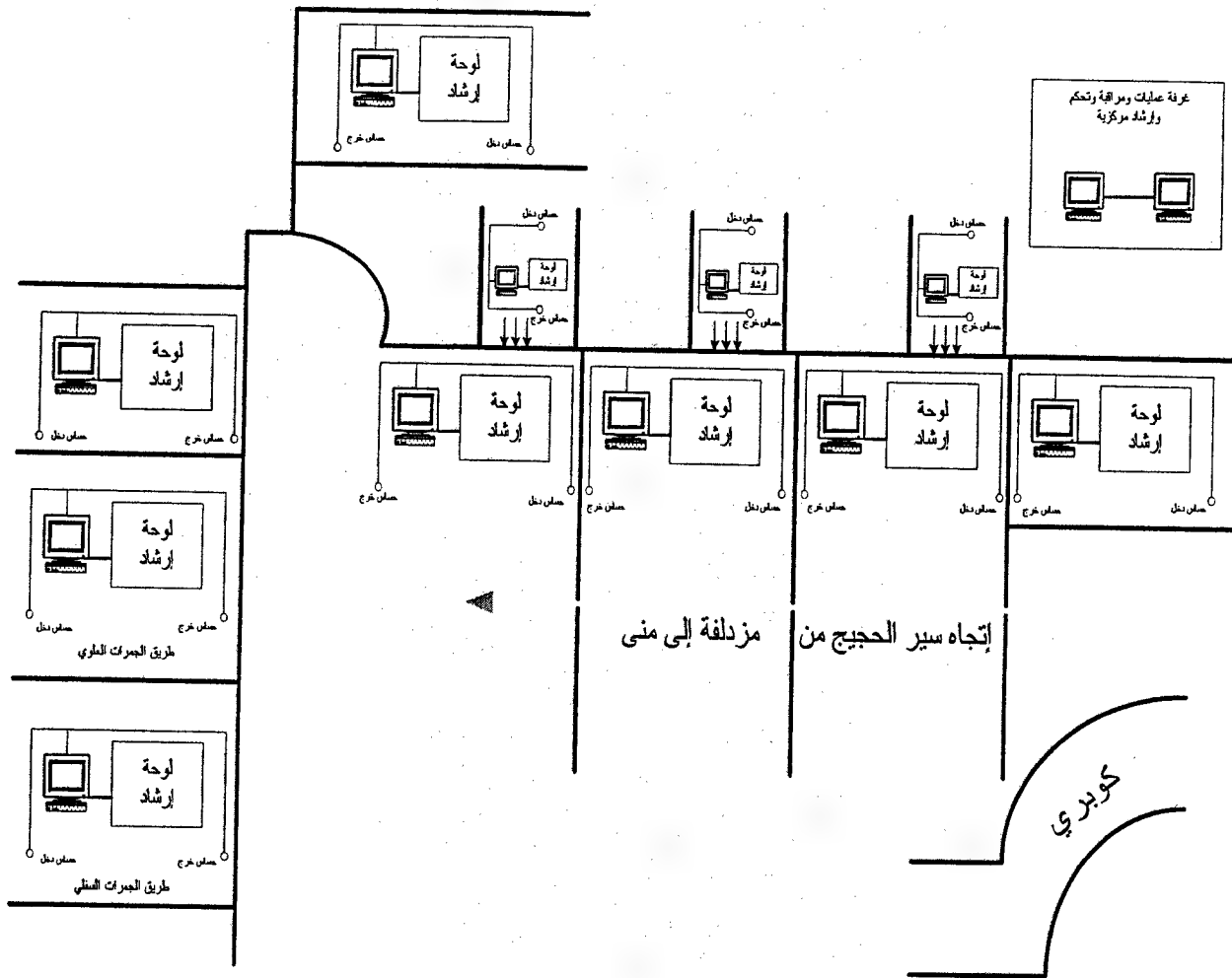
#### ٤- محاكاة نظام التحكم المقترح والنتائج

استخدم نظام Matlab في تصميم محاكي عمل دائرة التحكم المغلق، والمشار إليه سابقاً. وقد طبق نظام المحاكاة لجعل عدد الحجيج ثابتاً عند قيمة مرغوبة وذلك عند حوض من أحواض رمي الجمرات. والسبب بالطبع لجعل هذا العدد ثابتاً هو أنه إذا زاد فإن الزحام والتدافع سيحدث وإذا قل فمعنى ذلك عدم تلبية رغبة الحجيج في موافقة وقت السنة لرمي الجمرات والشكل (٢) يوضح كيفية حساب هذا العدد. وقد روعي في حساب هذا العدد أن رمي الجمرات يقف على بعد متراً واحداً من الحوض حيث أن ملاصقة الحوض منهى عنه ولا يتحقق به الرمي وكذلك ألا يبعد الرامي عن مسافة ثمانية أمتار حيث أن أكثر من ذلك يتعذر معه الرمي والاصابة.

وبناء على المساحة الفعلية للأحواض فقد كان هذا العدد المقترح هو ١٣٢٠ حاجاً ويبين شكل (٣) خوارزم التحكم المنطقي اللفظي وهو يعتمد على الخطأ ويعطي قراراً تناظرياً لزم السماح بالدخول إلى المنطقة المراد التحكم فيها واستخدم في ذلك لفظة ( أخضر ) والشكل يعطي حالة واحدة فقط وهو عندما يكون الخطأ مساوياً صفراً فإن معنى ذلك أن الحوض به العدد المطلوب ولا يسمح بالزيادة ولذلك فإن قيمة الخرج الأخضر أقل مما يمكن ويعطي الشكل (٤) حالة أخرى وهي عندما يكون الحوض فارغاً فإن الخرج الأخضر يكون أكبر ما يمكن. ويقوم المتحكم المنطقي اللفظي في المعتاد بحساب القيمة التناظرية المطلوبة والتي تتواءم مع العدد الفعلي للحجيج والعدد المرغوب. ويبين الشكل (٥) قواعد التحكم البسيطة وبالطبع يمكن إدخال معدل تغير الخطأ كما هو مشار إليه سابقاً والشكل (٦) يوضح محاكاة دائرة التحكم. والشكل (٧) يوضح تغير عدد الحجيج عند الحوض وهو بالطبع تغير مقبول جداً حيث لا يزيد عن خمسة في المائة.

#### ٥- الاستنتاج

اقترحت المقالة تصميم منظومة حاسبات للمراقبة والتحكم والإرشاد لتنظيم سير الحجيج في مختلف المناطق. وقد تم تصميم ومحاكاة لنظام تحكم مقترح يعتمد على خوارزم التحكم المنطقي اللفظي وقد بينت نتائج المحاكاة صحة التصميم المقترح حيث أن الخطأ في الحدود المقبولة.



شكل (١): الشكل التخطيطي لاتجاه سير الحجيج من مزدلفة إلى منى

طريقة حساب عدد الحجيج عند أحواض رمي الجمرات  
بفرض أن قطر الحوض هو ٨ متر (R=8). فتكون مساحة الحوض (الدائرة الداخلية)  
بالشكل التالي:

$$A_1 = \pi \times (R_1)^2$$

$$A_1 = \pi \times (8+1)^2$$

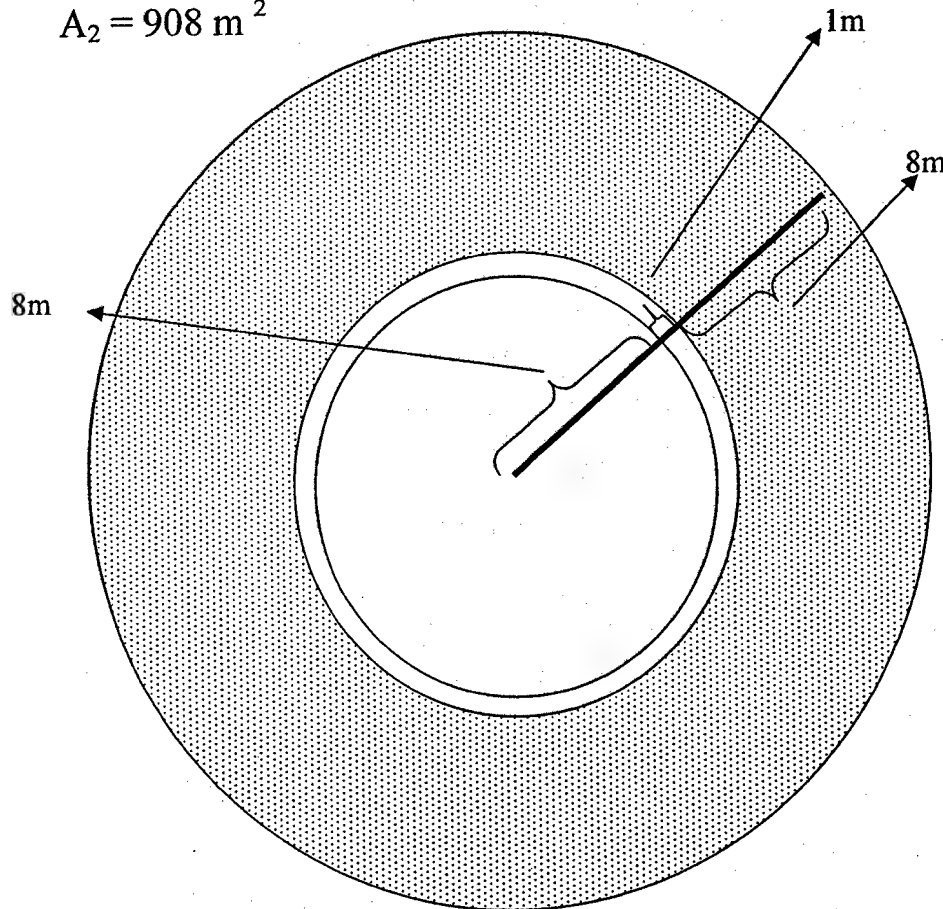
$$A_1 = 455 \text{ m}^2$$

بفرض أن أقصى مسافة يمكن رمي الجمرات منها هي ١٧ متر (R=17). فتكون مساحة  
الحوض (الدائرة الخارجية) بالشكل التالي:

$$A_2 = \pi \times (R_2)^2$$

$$A_2 = \pi \times (17)^2$$

$$A_2 = 908 \text{ m}^2$$



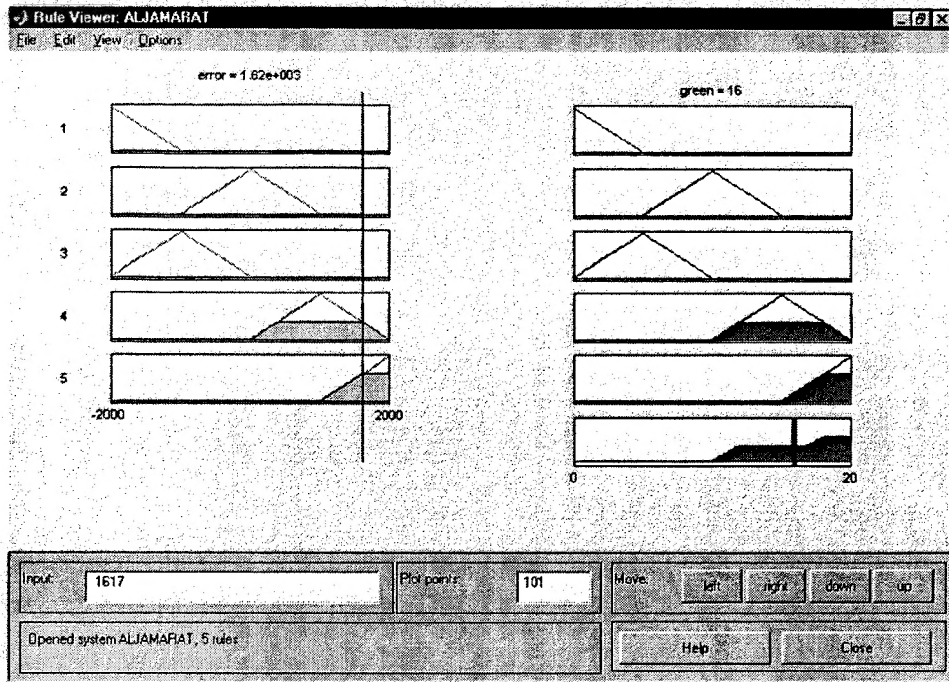
شكل (٢): شكل الحوض عند رمي الجمرات

ومن ثم تكون المساحة المخصصة لوقوف الحجيج استعداداً لرمي الجمرات هي:

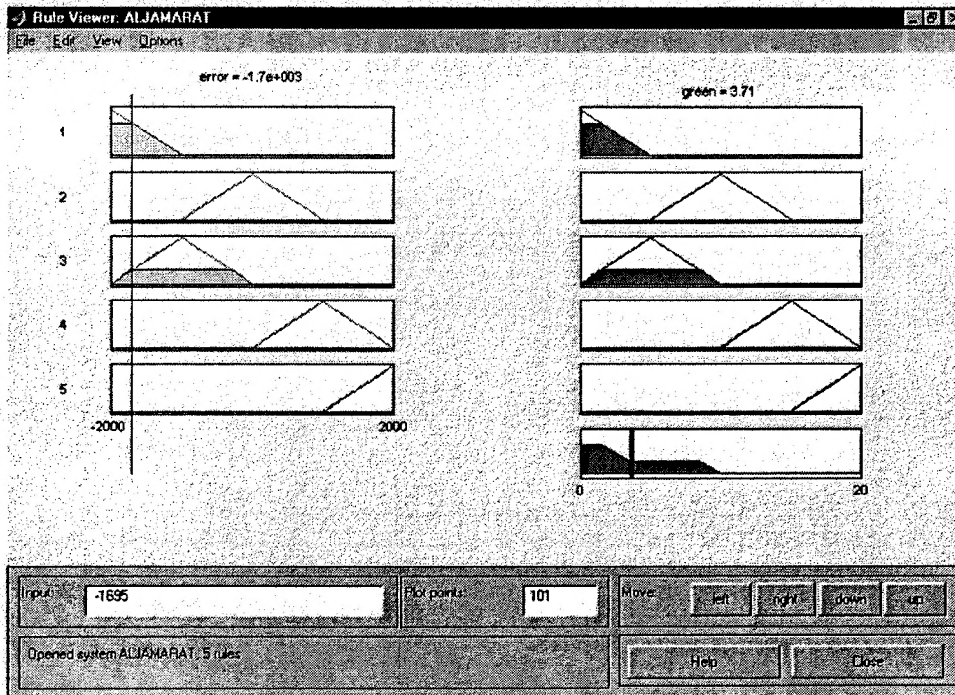
$$A = \pi \times \{ (17)^2 - (8 + 1)^2 \}$$

$$= 660 \text{ m}^2$$

بفرض أن المساحة المتاحة لكل حاج هي ٢/١ (نصف) متر مربع، فيكون العدد المطلوب  
داخل منطقة رمي الجمرات لكل حوض تجنباً للازدحام هو  $660 \div 0,5 = 1320$  حاج.

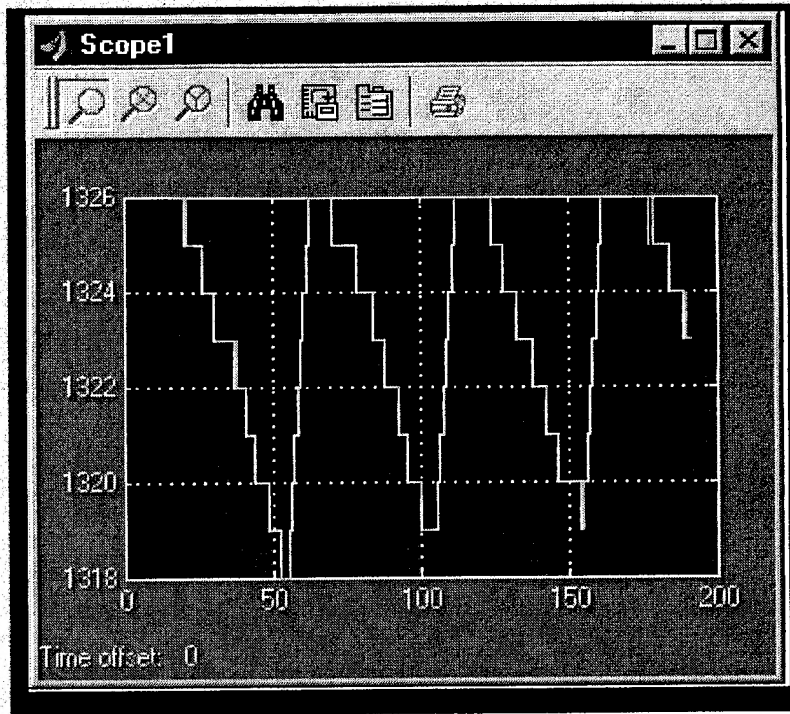


شكل (٣): عرض القواعد المنطقية للتحكم اللفظي المستخدم



شكل (٤): عرض القواعد المنطقية للتحكم اللفظي المستخدم  
(حالة إزدحام الحوض)





شكل (٧): بيان عملي لطريقة عمل المتحكم اللفظي المقترح للحفاظ على عدد الحجيج عند العدد المطلوب (١٣٢٠)



- [1] Marana, A.N., Velstin, S.A., Costa, L.F. "Automatic Estimation of Crowd Density Using Texture". Safety Science, Elsevier Science (1998), Vol. 18, No 4, pp 309-320.
- [2] Hashimoto, K, Kawagnchi, C., Katsuya M. "People-Counting System using multi sensing application". Sensor and Actuator, Elsevier Science, (1998) A6650-55.
- [3] A. Al-Habaibeh, F. Othman, R.M. Parkin and O. Albar "Investigation of an Automated System for Estimating People's Density Using Infrared Thermal Imaging". CTHM Institute for Hajj Research.
- [4] A.N. Marana, S.A. Velastic, "Estimation of crowd density using image processing" Safety Science Vol. 28, No. 3, pp 165-175, 1998.
- [5] A.N. Marana, L.F. Costa, "On the Efficacy of Texture analysis for crowd monitoring" Anais do XI SIBGRAPI, outubro de 1998.
- [6] T.W.S. Chow, Sia-Yeung Cho "Industrial neural vision system for underground railway station platform surveillance" Advanced Engineering Informatics 16(2002)73-83.
- [7] B.A. Boghossin, and S.A. Vefastin "Real-Time Motion Detection of Crowds in Video Signals". 1998 IEE, Svaoy Place, London WCZK OBL.
- [8] C.S. Rgazzoni, A. Tesei, V. Murino "A Real-Time Vision System for Crowding Monitoring" IEEE 0-7803-0891-3/93-1993.
- [9] A.C. Davies, Jia Hong, S.A. Velastin "Crowd Monitoring Using Image Processing" Electronics & Comm. Engineering Juranal FEB 1995.
- [10] Samia Bouchafa, Didier Aubert, Saleh Boufar "Crowd Motion Estimation and Motionless Detection is Subway Corridors by Image Processing". 0-7803-4269-0 1998 IEE.
- [11] C. Sacchi, G. Gera, C.S. Regazzoni "Advanced image-processing tools for Converting People in tourist Site-monitoring application" 0165-1684/01/2001 Elseveir Science.
- [12] S. Pavlopoulos, E. Kyriacou " Fuzzy Neural Network-Based Texture of Ultrasonic Images" 0739-5175 FEB 2000 IEEE Eng. in Medical and Biology.
- [13] D. Huang, W.N. Chau "Neural network based system for converting people" 0-7803-7474-6/02 2002 IEEE.
- [14] Haralick. R.M. (1979) "Statistical and Structural Approaches to Texture" Proceeding of IEEE, Vol. 67, No 5, PP 786-804.
- [15] Todd R. Reed "A Review of Recent Texture Segmentation and Feature Extraction Techniques" CVGIP: Image Understanding Vol.57. No 3, May, PP 359-372-1993.
- [16] Gonzales, R.C. and Woods, R.E. Digital Image Processing, Addison-Wesley Publishing 2002.
- [17] C. Strouthopoulos, N. Papamarkos "Text identification for document image analysis using neural network" PIIS 0262-8856 (98) 00055-9 Image and Vision Computing.
- [18] N. Papamarkos "Gray-Level Reduction Using Local Spatial Features" Computer Vision and Image Understanding 1077-3142/00-2000.
- [19] P.Zamperoni "Model Free Texture Segmentation Based on Distances between First-Order Statistics" Digital Signal Processing 1051-2004/95-1995.
- [20] C.D. Roberto, G. Rodriguez "Image Segmentation by Texture Analysis" Int. Journal of pattern Recoy, and Artificial Entell, 12(5): 677-693, 1998.
- [21] V. Murino "Noisy Texture Classification: A Higher-order statistics Approach" Patter Recogo Vol. 31, No 4, PP 383-393-1998.
- [22] T. Sziranyi "Texture Classification and Segmentation by Cellular Neural Network Using Genetic Learning" Computer Vision and Image Understanding Vol. 71 No 3, Sep, PP 255-270, 1998.
- [23] R.L. Hughes "The Flow of Large Crowds of Pedestrians" Mathematics and Computer in Simulation 53 (2000) 367-370.
- [24] R.L Hughes "A continuum theory for the flow of pedestrians" Transportation Research Part B 36 (2002) 507-537.